ISA BTP 5ème année |
14/01/2025

EFFET D'ÉCHELLE SUR POUTRES ENTAILLÉES

Advanced Mechanics

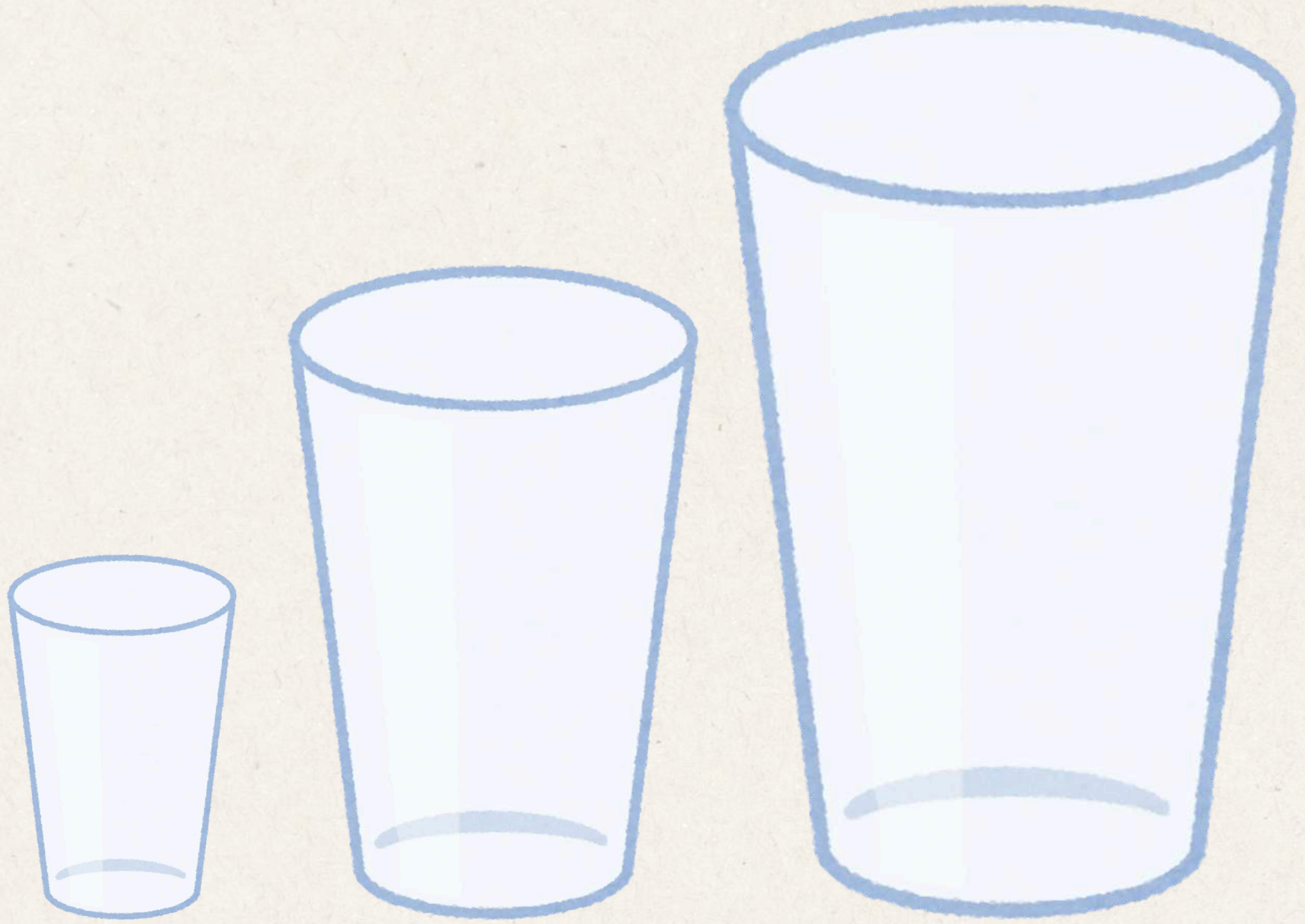
PAR :
Martinaud Julie
Lacellerie Romane
Pouyaut Justine

Qu'est ce que l'effet d'échelle ?

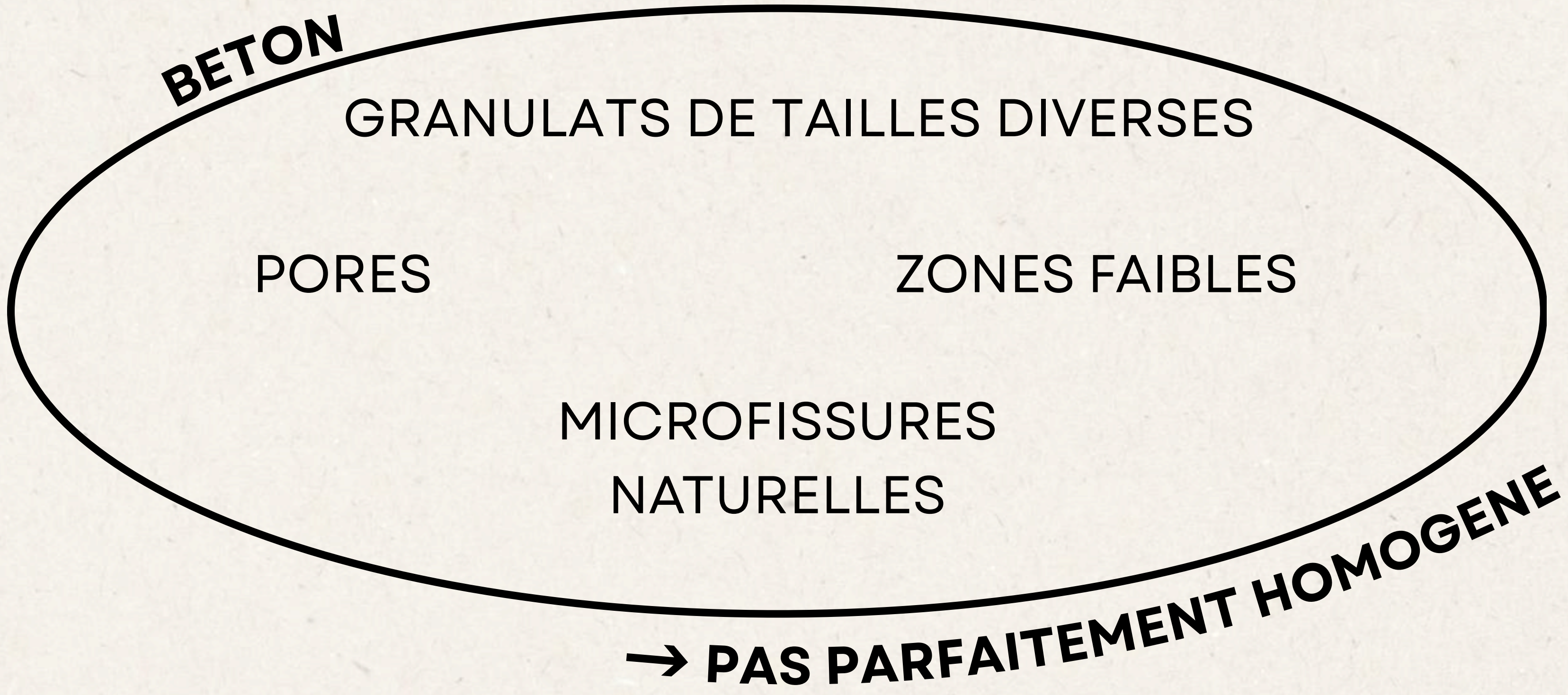
L'effet d'échelle, c'est le fait que **le comportement d'une structure change quand on change sa taille**, même si sa forme et son matériau restent les mêmes.

Autrement dit, **une petite poutre et une grande poutre identiques ne réagissent pas forcément de la même manière aux efforts**.

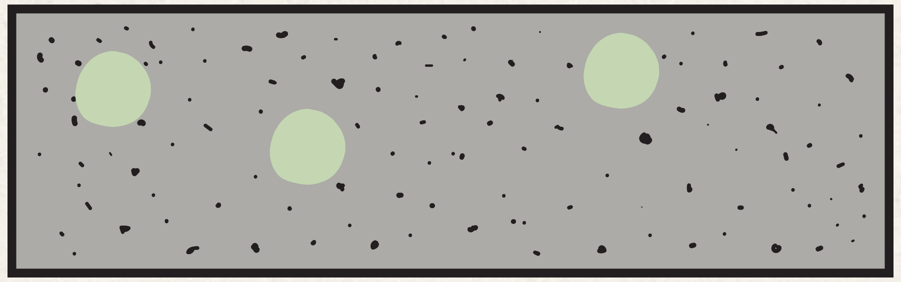
Par exemple, **une petite fissure peut être peu dangereuse sur une petite poutre, mais devenir critique sur une poutre plus grande**.



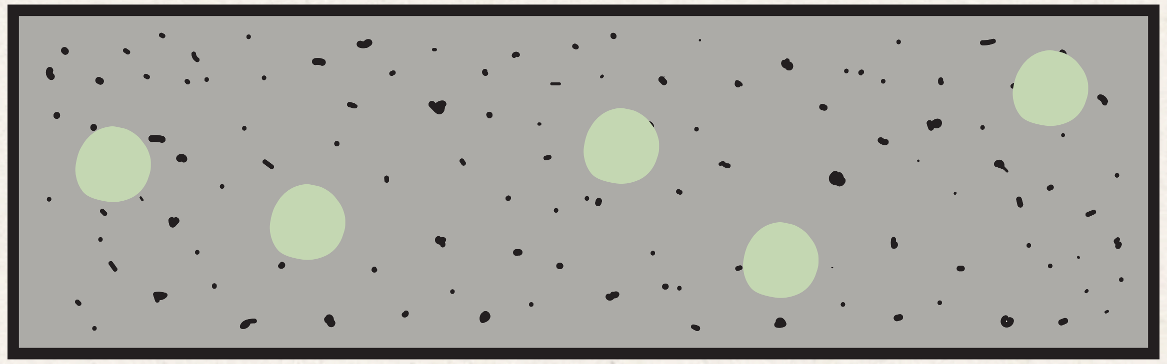
Et dans le béton ?



→ Un défault



→ il résiste mieux.



→ il est plus fragile.

En bref, un gros bloc de béton est proportionnellement moins résistant qu’un petit bloc, même s’ils sont faits du même matériau.

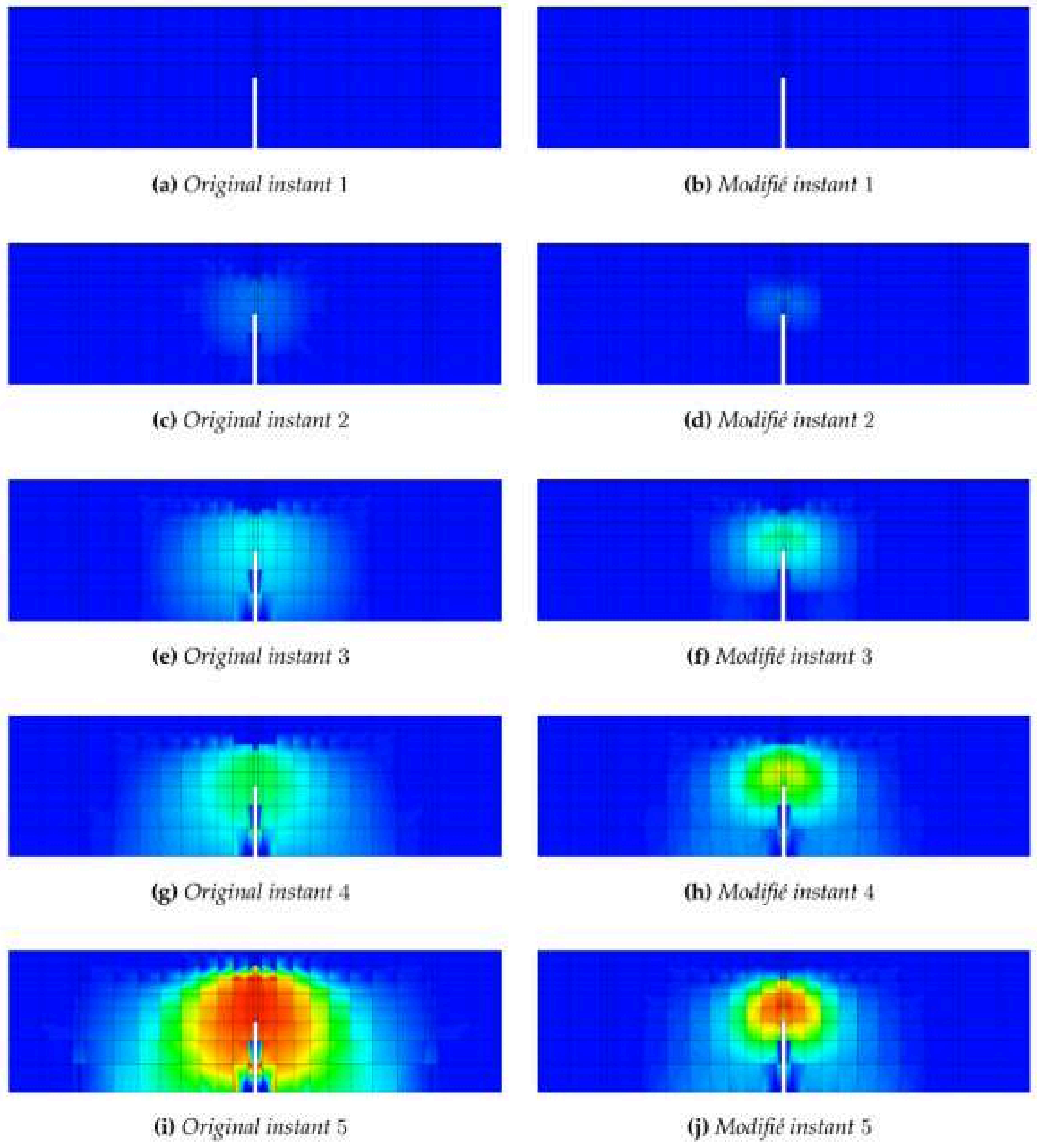


FIGURE 6.17 – *Evolution temporelle des répartitions d'endommagement pour les deux formulations étudiées.*

Exemples concrets

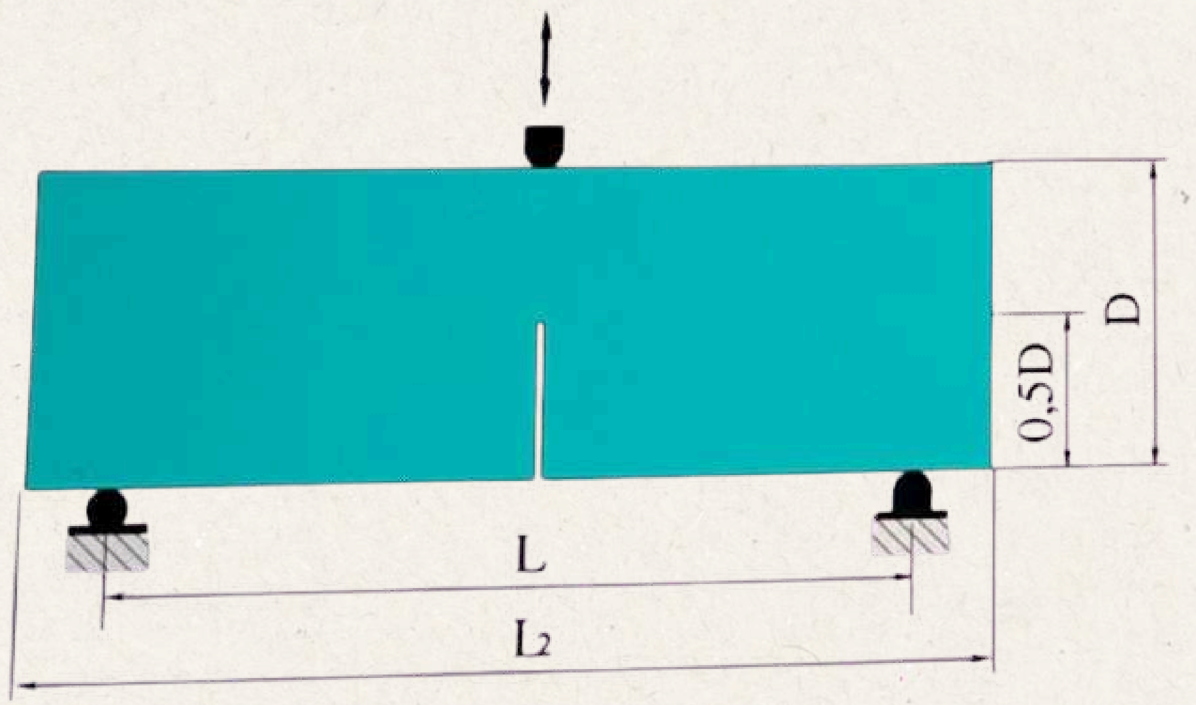
L'effet d'échelle s'applique de manière marquée aux ouvrages suivants

- poutres profondes et consoles massives
- semelles de fondation et radiers
- voiles et murs épais
- blocs d'ancrage, culées, appuis

Sujet déjà traités par Laura Rojas dans sa thèse de 2012 à l'UPPA :
"Endommagement non-local, interactions et effets d'échelle"

Poutre entaillée sur 3 appuis

Objectif : Étudier l'évolution de la résistance du béton en fonction de la taille de la structure (Effet d'échelle) pour valider la nécessité d’appliquer des coefficients de sécurité



<u>Pourquoi la poutre est entaillée ?</u>

• Localiser la rupture : L'entaille force la fissure à démarrer exactement au centre.

• Concentration de contraintes : La forme pointue concentre les contraintes, ce qui favorise l’apparition de la fissure précisément à cet endroit.

L’entaille correspond à la moitié de la hauteur de la poutre.

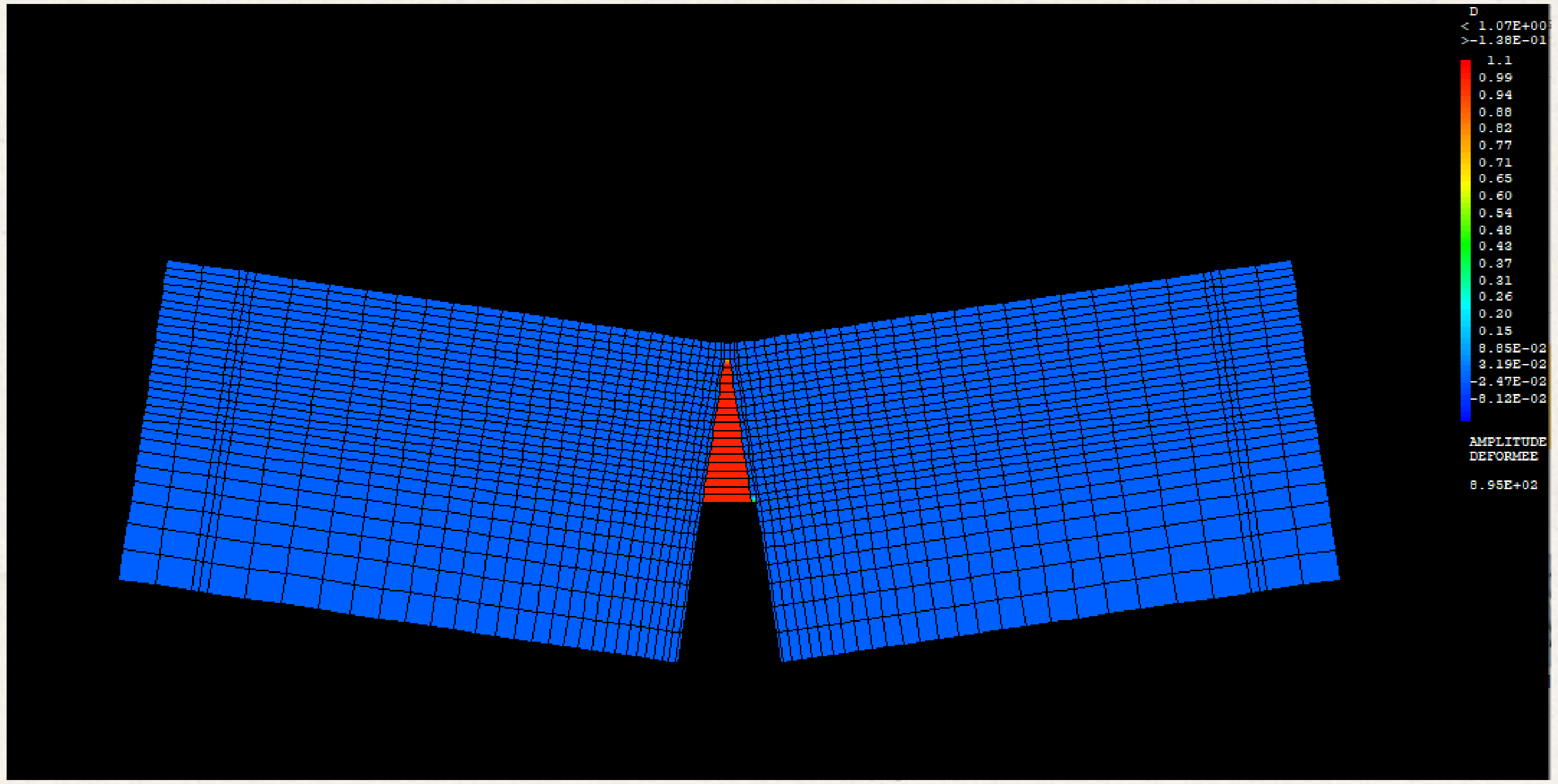
Comparaison des modèles

Modèle élastique	Modèle plastique	Modèle de Mazars
Hypothèse : matériau est parfait • s'abime pas • casse direct	Hypothèse : matériau qui se déforme sans perte de rigidité	Hypothèse : comportement quasi-fragile
~~zone de micro fissure~~	~~perte de raideur~~	• prise en compte des micro-fissures qui réduisent la rigidité • modélise la dégradation progressive • permet de comparer les tailles

Notre modélisation

Nous avons donc utilisé le modèle de Mazars ainsi que la méthode pas à pas pour effectuer notre modélisation. nous obtenons donc dans un premier temps ce type de schéma.

Cette image représente l'état de la poutre au moment de la rupture. La déformée a été amplifiée (généralement x100) pour rendre visible la flexion, imperceptible à l'œil nu.
Les couleurs indiquent le niveau d'endommagement du matériau (D) :



En bleu (D approx 0) : Le béton est sain et conserve ses propriétés élastiques.

En rouge (D approx 1) : Le béton est totalement endommagé. Cette zone rouge matérialise la fissure macroscopique qui s'initie à la pointe de l'entaille (zone de concentration de contraintes) et se propage verticalement vers la zone comprimée.

La force maximale Fmax

A l’aide du code on peut trouver la force maximale appliquée à la poutre avant qu’elle atteigne la rupture

Définition : Charge ultime que la structure peut supporter.

Signification physique :

- Seuil de résistance du matériau.
- C'est la limite de transition entre l'état "sain" et la rupture.
- Au-delà de cette valeur, la poutre ne peut plus assurer sa fonction porteuse.

Rôle dans l'étude :

- Permet de calculer la contrainte nominale de rupture (sigma_N).
- Indicateur clé pour comparer les 3 tailles de poutres.

LIGNES DE CODE

```
F_MAX = MAXI (ABS FY);

MESS 'FORCE MAXIMALE = ' F_MAX;
```

Résultats obtenus

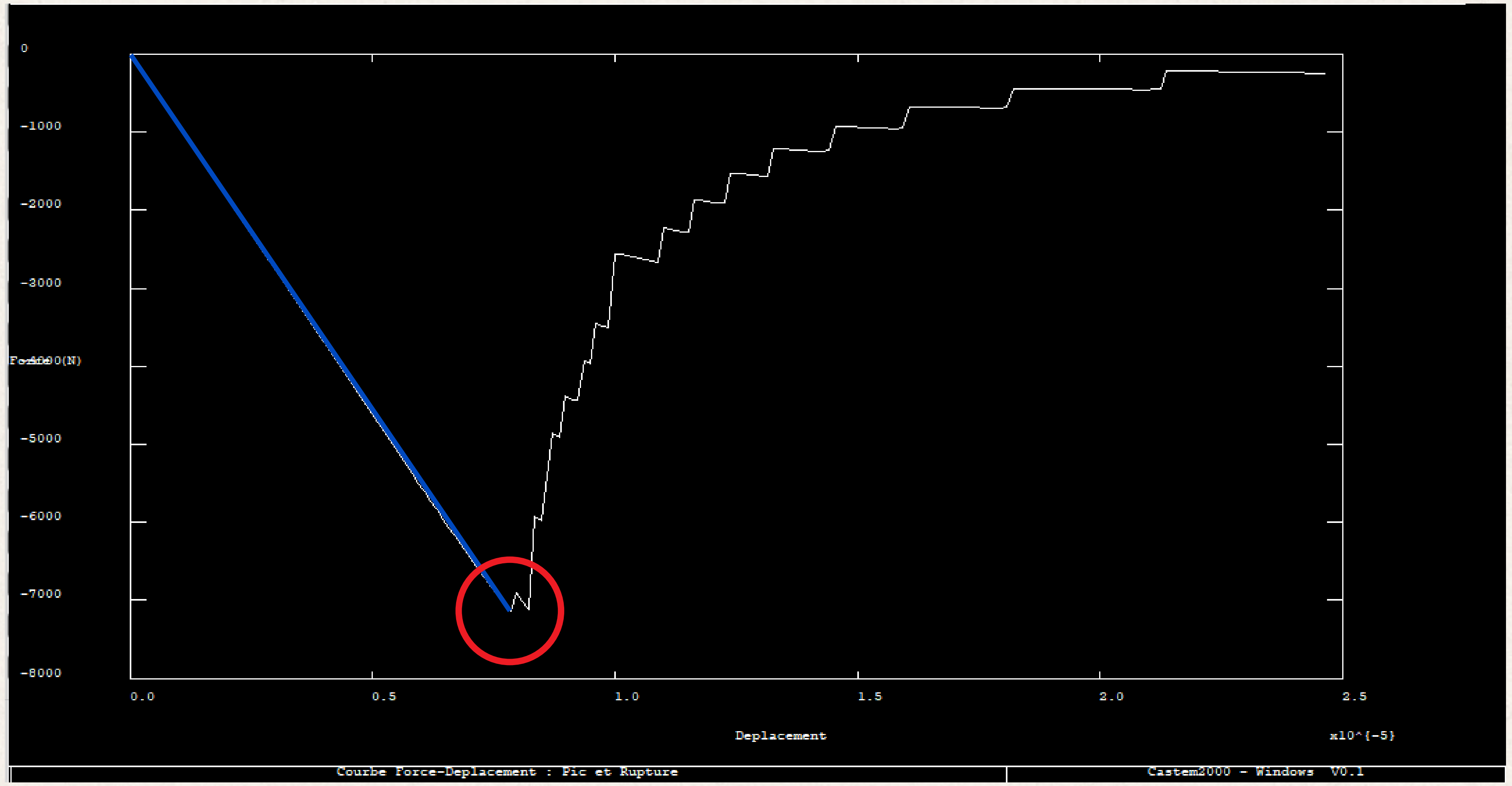
Poutre 35x10 → 7138 N

Poutre 70x20 → 10846 N

Poutre 140x40 → 17389 N

Courbes Force-Déplacement

On obtient par la suite des courbes pour chacune des poutres
Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la force de réaction (en ordonnée) en fonction du déplacement imposé au centre de la poutre (en abscisse).



1. Phase Élastique (La Montée)

- Comportement linéaire et réversible.
- Le béton est sain (D \approx 0), la rigidité est maximale.

2. Pic de Chargement (F_{max})

- Point de rupture structurelle.
- Initiation de la fissure macroscopique à la pointe de l'entaille.
- Valeur utilisée pour le calcul de sigma_N.

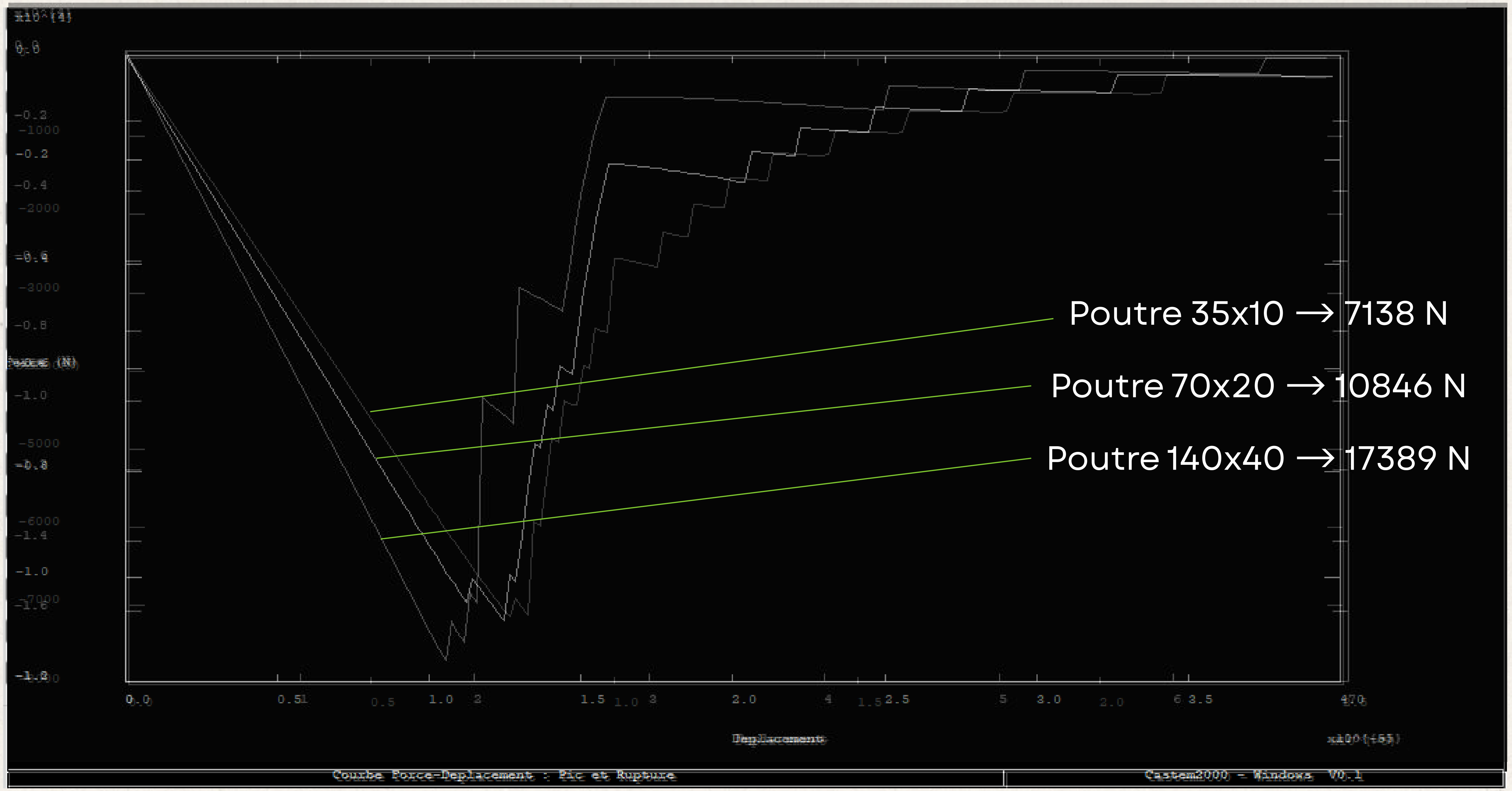
3. Adoucissement (La Chute)

- Propagation de la fissure : la poutre perd sa résistance.
- Aspect en "escalier" : Signature d'une rupture fragile

Comparaison

des courbes en fonction de la taille de la poutre

Petite Poutre (7,1 kN)	Grande Poutre (17,4 kN)
Comportement Quasi-Ductile	**Comportement Fragile**
Chute de force progressive (pente douce).	**Chute de force brutale (chute verticale).**
Rupture stable (marche par marche).	**Rupture instable (libération soudaine).**
La structure "prévient" avant de casser.	***La structure casse sans prévenir.***



L'augmentation de la taille modifie la nature de la rupture. On passe d'une rupture contrôlée à une rupture explosive.

Pour la Petite Poutre, la descente est lente et progressive. La structure résiste encore un peu pendant qu'elle se fissure. On dit qu'elle est "quasi-ductile".

Pour la Grande Poutre, c'est tout l'inverse : dès qu'on touche le maximum, la courbe tombe à pic. La résistance disparaît instantanément. C'est un comportement très "fragile".

Résultats et analyse

Campagne de simulations numériques sur trois poutres entaillées homothétiques
→ Facteurs d'échelle : n = 1, 2, 4

Modélisation du béton avec le modèle d'endommagement de Mazars
→ Formulation non-locale pour éviter la dépendance au maillage

Calcul piloté en déplacement
→ Permet de capturer la phase d'adoucissement et la rupture

Contrainte nominale :

$$\sigma_N = \frac{6 \cdot F_{max} \cdot L}{b \cdot h^2}$$

Avec :

- F_max : Force maximale (en N).
- L : Distance entre appuis (en m).
- b : Épaisseur (1 m).
- h : Hauteur totale (en m).

Données

Poutre 1 :
portée (L) : 0,30 m
hauteur (h) : 0,1 m

Poutre 2 :
portée (L) : 0,60 m
hauteur (h) : 0,2 m

Poutre 3 :
portée (L) : 1,2 m
hauteur (h) : 0,4 m

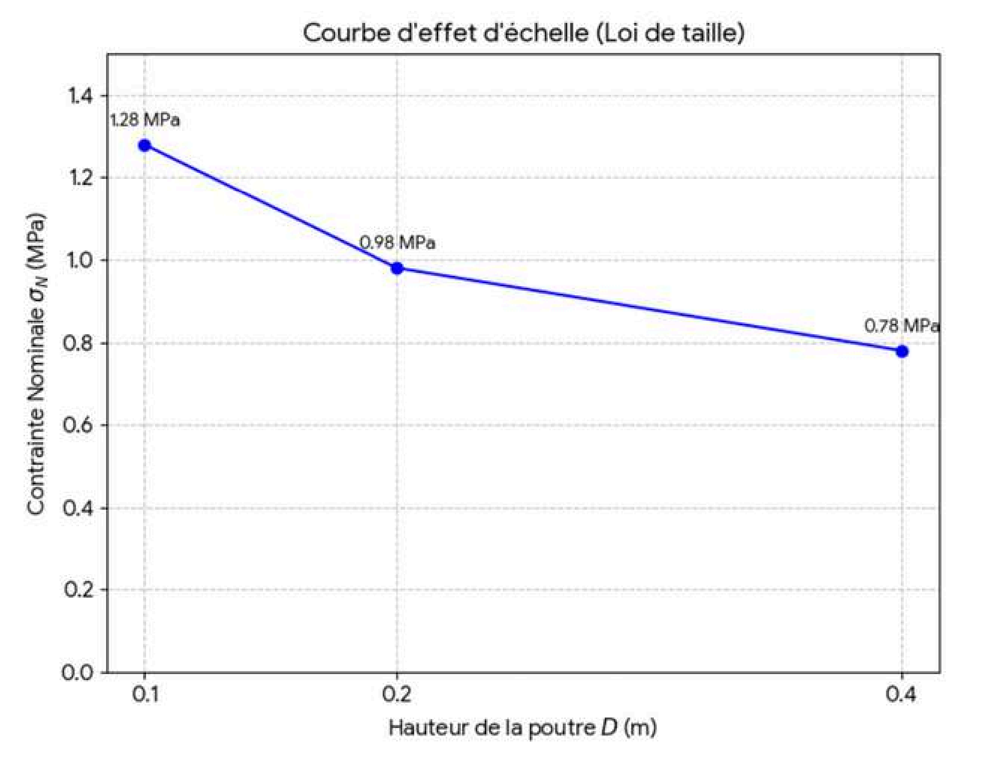
<u>Contrainte nominale :</u>

σN = (6 × 7 138 × 0,30) / (1 × 0,10²)
σN = 1 284 840 Pa (soit 1,28 MPa)

σN = (6 × 10 846 × 0,60) / (1 × 0,20²)
σN = 976 140 Pa (soit 0,98 MPa)

σN = (6 × 17 389 × 1,20) / (1 × 0,40²)
σN = 782 505 Pa (soit 0,78 MPa)

Taille de la poutre	Force Max	Contrainte Nominale
Petite (h=0,1 m)	7,14 kN	**1,28 MPa**
Moyenne (h=0,2 m)	10,85 kN	**0,98 MPa**
Grande (h=0,4 m)	17,39 kN	**0,78 MPa**



Analyse de l’effet d’échelle

En RDM classique, la résistance est supposé indépendante de la taille.
ex : fct = 2.5 MPa constante du matériau

Nos simulations montrent l’inverse :

- Petite poutre (h = 0,1 m) → **1,28 MPa**
- Grande poutre (h = 0,4 m) → **0,78 MPa**

Perte de résistance de 40% lorsque la taille est multiplié par 4

Pourquoi ?
Le béton est un matériau quasi-fragile.

- Petite structure :
  - Zone fissurée grande par rapport à la taille totale
  - Dissipation d’énergie progressive → comportement plus ductile
- Grande structure :
  - Zone fissurée faible devant le volume élastique
  - Libération brutale de l’énergie → rupture plus fragile

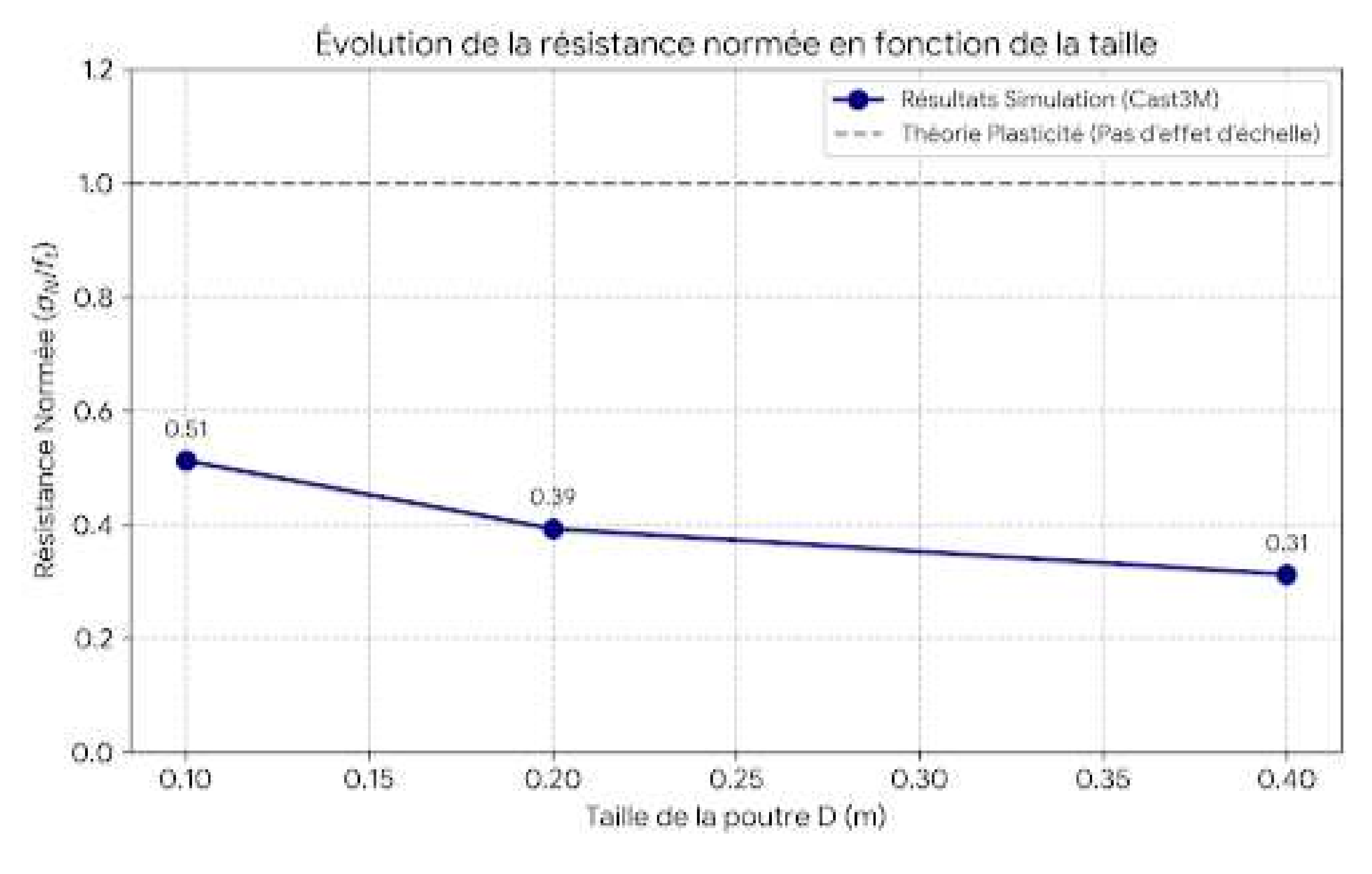
La rupture survient donc à une contrainte plus faible.

Analyse de la résistance normée

L'analyse normée permet de s'affranchir des dimensions géométriques pour comparer l'efficacité intrinsèque de chaque poutre. Elle prouve que le rendement du matériau diminue drastiquement avec la taille.

On divise la résistance réelle (σ_N) par la résistance théorique (f_t). **Ratio= σ_N/f_t**

Taille de la poutre (h)	Contrainte Nominale (σN)	Résistance Normée (σN/ft)
0,10 m (Petite)	1,28 MPa	**0,51**
0,20 m (Moyenne)	0,98 MPa	**0,39**
0,40 m (Grande)	0,78 MPa	**0,31**



Théorie Classique (Ligne en pointillés) Ratio = 1
Hypothèse : Matériau idéal (Plasticité parfaite).
Prédiction : La rupture devrait toujours se produire à 100% de la résistance (f_t), quelle que soit la taille de la poutre.

Simulation (Courbe Bleue)
Constat : Écart net avec la théorie. La résistance s'effondre avec la taille.
Petite poutre : 51% de la résistance théorique.
Grande poutre : 31% seulement.

Conclusion : Plus la structure est grande, plus elle devient fragile. Se fier à la résistance théorique du matériau pour dimensionner un grand ouvrage est donc dangereux.

Comparaison avec la thèse

Comparaison qualitative	Les courbes simulées reproduisent fidèlement le comportement observé expérimentalement : • Phase élastique linéaire suivie d'un pic. • Adoucissement (post-pic) marqué. • Effet d'échelle est bien capturé
Comparaison quantitative	Ecart de magnitude entre nos valeurs et celles de la thèse. • Nos simulations : Contrainte nominale sur la petite poutre 1,28 MPa. • Thèse Laura Rojas : Contrainte nominale sur la petite poutre 3,5 MPa. Explication : • Les paramètres des matériaux • L’hypothèse 2D (avec des Contraintes Planes) et Expérience 3D (qui augmente la charge à la rupture).

Pourquoi doit on s’en préoccuper ?

Ce projet répond à un enjeu réel de sécurité en ingénierie.

- En pratique, la résistance du béton est mesurée sur de petits échantillons en laboratoire.

→ L’ingénieur applique ensuite cette valeur à des ouvrages gigantesques (ponts, barrages).

- **Problème : cette extrapolation est fausse.**

Ce que montre nos résultats :

- Petite poutre : rupture à 1,28 MPa
- Grande poutre (4× plus grande) : rupture à 0,78 MPa

C’est pourquoi l’effet d’échelle doit être pris en compte pour appliquer **des coefficients de sécurité** et éviter les effondrements.

Conclusion

Etudier l’effet d’échelle, nous met en sécurité, et nous permettrait d’optimiser !